УДК 519.71

Иосифов В.П.
д-р техн. наук, доцент,

Донской государственный технический университет,
Институт сервиса и технологий(филиал) ДГТУ в г. Пятигорске

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Аннотация. Предложено применение обобщенной модельной структуры на основе сигнальной схемы модельной структуры, что позволяет использование различных описаний математических моделей социально-экономических моделей. Приведены наиболее часто применяемые способы описаний систем.

Ключевые слова: системный подход, моделирование, математическая модель.

Iosifov V.P.
Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,

Don State Technical University,
Institute of service and technology (branch) DSTU in Pyatigorsk

A SYSTEMATIC APPROACH TO THE DESCRIPTION OF MATHEMATICAL MODELS OF SOCIO-ECONOMIC MODELS

Abstract. Proposed application of a generalized model structure based on the signal circuit model structure that allows the use of different descriptions of mathematical models of social and economic models. The most frequently used methods are descriptions of systems.

Keywords: the systemic approach, simulation, mathematical model.

Использование системного подхода к описанию математических моделей социально- экономических моделей обусловлено возможностью получения на их основе более точных оценок. В общей постановке математическая модель системы представляет собой описание свойств, наиболее значимых для выполнения поставленных целей [2]. Математическая модель не может точно описать поведение самой системы, она отражает лишь те ее свойства, которые наиболее значимы.

Из наиболее часто применяемых типов или классов моделей рассмотрим два: первый тип – модели с реальными параметрами; второй тип – модели типа «черного ящика» [3].

Модели с реальными параметрами включают в себя параметры, которые являются представлениями параметров, свойств, характеристик. Эти параметры несут некий смысл, например цена, объем, вес и т.д.

Второй тип моделей – модели типа черного ящика, в своих описаниях опираются на параметры, не несущие никакой реальной нагрузки, а только связывающие необходимые переменные в соответствующих соотношениях. Таким образом, в моделях типа черного ящика рассматриваются только соотношения между входными и выходными переменными, при этом реальными представлениями структуры самой модели пренебрегают.

Разделение описаний моделей на два типа условно: для получения уравнений в пространстве состояний представляют исследуемый объект в виде «черного ящика» с основными группами переменных, но при этом в этих моделях переменные состояния выбирают так, чтобы они имели определенный смысл [4-5].

Обычно описания математических моделей социально – экономических процессов рассматриваются как объекты с наиболее простыми из данного набора модельными структурами.

Одна из основных задач теории систем заключается в построении системы, наилучшим образом объясняющей наблюдения. Приведем определение динамической системы по Я. Виллемсу [1]: «Динамической системой называется тройка S = {T, W, B}, в которой T ⊂ R – множество моментов времени, W – алфавит сигналов и B ⊂ W^T –поведение системы. Параметр T представляет собой множество моментов времени, в которые функционирует данная система, алфавит сигналов W – это то пространство, в котором лежат значения интересующих нас переменных и через которые система взаимодействует со своей внешней средой».

Такое определение обобщает привычное понятие системы типа вход-выход. Было бы очень рационально привести наиболее часто применяющиеся описания динамических систем. Для дискретных конечномерных линейных стационарных систем наиболее употребимыми являются следующие описания:

– авторегрессионные модели;
– системы типа вход-выход;
– системы в пространстве состояний;
– системы типа вход-состояние-выход;
– системы со вспомогательными переменными.

Сводные характеристики вышеприведенных описаний приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Сводные характеристики описаний

Вид описания	Основные соотношения	Система	Поведение
1. АР (авто-регрессионные) модели	**RW** = 0, где **R** – автокореляционная матрица, **W** – вектор состояний	$\Sigma_1(\mathbf{R})$	$B_1(\mathbf{R})$
2. Системы типа вход-выход	$\mathbf{P}(q)\mathbf{y}(n) = \mathbf{Q}(q)\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$, где **Q**(q) и **P**(q) – векторы, характеризующие вход и выход.	$\Sigma_2(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$	$B_2(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$
3. Системы в пространстве состояний	$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{B}\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{w}(n) = \mathbf{C}\mathbf{x}(n) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n)$, где **x** – вектор состояния; **w** – вектор пространства состояний; **u** – вектор управления; **A** – матрица, описывающая систему; **B** – матрица управления; **C** – матрица пространства состояний; **D** – матрица прямой связи	$\Sigma_3(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$	$B_3(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$
4. Системы типа вход-состояние-выход	$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{B}\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{x}(n) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$, где **x** – вектор состояния; **w** – вектор пространства состояний; **u** – вектор управления; **A** – матрица, описывающая систему; **B** – матрица управления; **C** – матрица пространства состояний; **D** – матрица прямой связи **y**[n] – выходной сигнал	$\Sigma_4(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$	$B_4(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$
5. Системы со вспомогательными переменными	$\mathbf{R}_1\mathbf{W} = \mathbf{R}_2\varphi$, где $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_2$ – автокореляционные матрицы, характеризующие вход и выход, **W** – вектор состояний, φ входной вектор	$\Sigma_5(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$	$B_5(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$

Следующее требование при описании математических моделей социально-экономических моделей заключается в том, чтобы математический аппарат описания должен совпасть с математическим описанием всей системы. Получается парадоксальная ситуация.

Конечно, рассмотрение вышеуказанными моделями намного усложняет математический

аппарат. Опять же скептики могут утверждать, что при описании социально- экономических процессов не нужны знания о состоянии самого процесса и об основных его составляющих по отдельности. Полное знание характеристик и составляющих этих элементов обязательно. Причем могут встречаться случаи, когда характеристики отдельно взятой составляющей не влияют на характеристики всей системы [5,6,8]. Только в этом случае можно пренебречь характеристиками отдельных составляющих процесса.

В общем случае выбирается класс моделей, в котором для данной системы ставится в соответствие множество моделей, и из этого множества выбирается одна наиболее подходящая модель по заранее заданному критерию [6,8].

Отвлекаясь от описания систем, обратим внимание на то, что в принципе исследователей интересуют три основные задачи.

Первая задача: известен входной сигнал, регистрируется выходной сигнал, необходимо найти характеристики самой системы. Это так называемая задача определения характеристик, или задача диагностики состояния системы.

Вторая задача: известны входной сигнал и характеристики самой системы, необходимо найти выходной сигнал. Это задача прогнозирования.

И наконец, третья задача: известны выходной сигнал и характеристики самой системы, необходимо найти входной сигнал. Это задача восстановления, или задача измерения.

Введение обобщенной структуры описания модельных структур является субъективным шагом в рассмотрении систем. Хотя, сразу же оговоримся, в системах, описываемых как устройства типа «черного ящика», важно то, насколько точно или корректно описывается связь между входным и выходным сигналами и можно ли по найденным характеристикам самой системы воспользоваться в дальнейшем в задачах прогнозирования, восстановления и в самих задачах идентификации характеристиками самой системы.

Ясно, что сложность и точность описания модели системы являются взаимно противоречивыми. Поэтому нет никакой необходимости завышения требований к точности описания системы и упрощения самой системы.

Как понимать термин «сложность»? Это, во-первых, необходимо учитывать порядок полиномов **A**, **B**, **C**, **D**, **F**. Чем меньше их порядок, тем менее сложная модель. Во-вторых, чем меньшим количеством составляющих можно обойтись, тем опять же сложность меньше. В-третьих, чем более проста вычислительная реализация той или иной модели, тем сложность меньше и т.д.

Необходимо не только учитывать методики обработки входа-выхода сигналов, но еще и то, в каких конкретно задачах применяются те или иные модельные структуры.

При введении термина сложности сразу возникает необходимость учитывать и точность описания модельными структурами поведения реальной системы.

В данной статье предложен комплексный подход к описанию математических моделей социально-экономических моделей, заключающийся в применении различных способов описания систем различными моделями: моделью конечной импульсной характеристики, моделью авторегрессии с внешним входным сигналом, моделью авторегрессии со скользящим средним, с внешним входным сигналом, моделью авторегрессии со скользящим средним, моделью авторегрессии с авторегрессивным входным сигналом, моделью авторегрессии с авторегрессивным скользящим средним, с внешним входным сигналом, моделью выходной ошибки и моделью Бокса-Дженикса.

Предложено применение обобщенной модельной структуры на основе сигнальной схемы модельной структуры, что позволяет использование различных описаний математических моделей социально-экономических моделей.

Таблица 2 – Основные соотношения для модельных структур

Наименование модельной структуры	Описание модельной структуры Y(t)	Предсказатель модельной структуры Y(t|θ)
Обобщенная модель	$\frac{1}{A(q)}\left[\frac{B(q)}{F(q)}U(t)+\frac{C(q)}{D(q)}e(t)\right]$	$\frac{D(q)B(q)}{C(q)F(q)}U(t)+\left[1-\frac{D(q)A(q)}{C(q)}\right]y$
Модель скользящего среднего	$B(q)u(t)+e(t)$	$B(q)u(t)$
Модель авторегрессии с внешним входным сигналом	$\frac{B(q)}{A(q)}u(t)+e(t)$	$B(q)u(t)+\left[1-A(q)\right]y$
Модель авторегрессии со скользящим средним, с внешним входным сигналом	$\frac{B(q)}{A(q)}u(t)+C(q)e(t)$	$\frac{B(q)}{C(q)}u(t)+\left[1-\frac{A(q)}{C(q)}\right]y$
Авторегрессия со скользящим средним	$\frac{1}{A(q)}u(t)+C(q)e(t)$	$\frac{1}{C(q)}u(t)+\left[1-\frac{A(q)}{C(q)}\right]y$
Модель авторегрессии с авторегрессивным входным сигналом	$\frac{B(q)}{A(q)}u(t)+\frac{1}{D(q)}e(t)$	$D(q)B(q)u(t)-\left[1-D(q)A(q)\right]y$
Модель авторегрессии с авторегрессивным скользящим средним, с внешним входным сигналом	$\frac{B(q)}{A(q)}u(t)+\frac{C(q)}{D(q)}e(t)$	$\frac{D(q)B(q)}{C(q)}u(t)+\left[1-\frac{D(q)A(q)}{C(q)}\right]y$
Модель выходной ошибки	$\frac{B(q)}{F(q)}u(t)+e(t)$	$\frac{B(q)}{F(q)}u(t)$
Модель Бокса Дженикса	$\frac{B(q)}{F(q)}u(t)+\frac{1}{D(q)}e(t)$	$\frac{D(q)B(q)}{C(q)F(q)}u(t)+\left[1-\frac{D(q)}{C(q)}\right]y$

Предложено применение итеративных подходов в задачах нахождения параметров математических моделей социально-экономических моделей. Предложено применение алгоритмов, основанных на применении методов инструментальных переменных, позволяющих существенно сократить вычислительные операции, тем самым уменьшить методическую составляющую погрешностей определения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Виллемс, Ян. К. От временного ряда к линейной системе / Ян. К. Виллемс // Теория систем. Математические методы и моделирование : сб. ст. / пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 384 с.
2. Иосифов В.П. Рационализация использования бюджетных средств в аграрном секторе эко-

номики /Новоселова Н.Н., Иосифов В.П./Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Общественные науки. 2007. № 3. С. 43-49.
3. Иосифов В.П. Метод аппроксимации импульсных сигналов с короткой длительностью дробно-рациональными функциями /Иосифов В.П./ Датчики и системы. 2002. № 6. С. 19-20.
4. Иосифов В.П. Исследование математических моделей измерительных преобразователей датчиков механических величин /Иосифов В.П./ Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2006. № 2. С. 15-19.
5. Иосифов В.П. Итерационная методика определения динамических характеристик датчиков по откликам с короткой длительностью /Иосифов В.П./ Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2006. № 4. С. 17-18.
6. Иосифов В.П. Обобщенный анализ математических моделей измерительных преобразователей в форме разностных уравнений /Иосифов В.П. Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2006. № 8. С. 19-23.
7. Иосифов В.П. Разработка методов синтеза средств измерений с требуемыми динамическими характеристиками / Иосифов В.П./Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2006. № 12. С. 21-23.
8. Иосифов В.П. Рекуррентная процедура метода наименьших квадратов в задачах гидрогеологического моделирования / Иосифов В.П. / Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2007. № 3. С. 31-32.