ПРИНЯТИЕ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

УДК 519.834

Будаева А.А.[1]
Гроппен В.О.[2]

ПОВЫШЕНИЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ СРЕДСТВ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА БАЗЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ЭТАЛОНОВ

Аннотация. В статье предлагается технология повышения быстродействия программных средств поддержки принятия решений, ориентированных на использование многокритериальных математических моделей с булевыми переменными. В основе предлагаемого подхода лежат три принципа: применение эталонов для свертки критериев, использование методов линейного программирования для определения эталонов, решение полученных однокритериальных задач с помощью композитных алгоритмов. Приведены результаты экспериментальной проверки предлагаемых подходов, подтверждающие их эффективность.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, эталон, композитный алгоритм, дискретное программирование.

Budaeva A.
Groppen V.

USAGE OF COMPARISON STANDARDS FOR INCREASING OF SPEED OF DECISION SUPPORT SYSTEMS BASED ON MULTI-CRITERIA MODELS

Abstract. The paper proposes a technology for improving the speed of software tools for decision support systems oriented to the use of multi-criteria mathematical models with Boolean variables. The proposed approach is based on the three principles including the use of standards for the convolution of criteria, the use of linear programming methods for the standards determination, the solution of the obtained single-objective problems with the help of composite algorithms. The results of experimental verification of proposed approaches, confirming their effectiveness, are presented.

Keywords: multi-criteria optimization, comparison standard, composite algorithm, discrete programming.

1. Введение

Одним из основных показателей, используемых при принятии решений, связанных с решением задач пространственного развития на макрорегиональном и региональном уровнях, является уровень социально-экономического развития регионов, который зависит от большого числа частных показателей в связи с чем задачу ранжирования регионов можно рассматривать, как много-

[1] *Будаева Алина Алибековна*, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированной обработки информации Северо-Кавказского горно-металлургического института (государственного технологического университета), e-mail: budalina@yandex.ru, тел.: +7672407518
Alina Budaeva, Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Department of Automated Information Processing, North Caucasus Mining Metallurgical Institute (State Technological Institute), e-mail: budalina@yandex.ru, t.: +7672407518
[2] *Гроппен Виталий Оскарович*, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой автоматизированной обработки информации Северо-Кавказского горно-металлургического института (государственного технологического университета), e-mail: groppen@mail.ru, тел.: +7672407107
Vitali Groppen, Doctor of Engineering Science, Professor, Head of the Department of Automated Information Processing, North Caucasus Mining Metallurgical Institute (State Technological Institute), e-mail: groppen@mail.ru, t.: +7672407107

критериальную оптимизационную задачу [1, 2].

Широкое применение в рамках такого ранжирования многокритериальных моделей с дискретно меняющимися переменными объясняется большим числом сводимых к ним прикладных задач [3–8], причем для свертки критериев, обычно используются методы эталонов, взвешенной суммы критериев или их лексикографического упорядочения [6–8]. Преимуществом развиваемой в [9–13] технологии применительно к решению многокритериальных экстремальных задач, использующей эталоны для свертки критериев, по сравнению с упомянутыми выше методами взвешенной суммы критериев или их лексикографического упорядочения, является отсутствие необходимости в дополнительной информации о важности критериев, отсутствующей в оригинальной постановке задачи. В то же время применение эталонов для решения многокритериальных задач дискретной оптимизации обладает существенным недостатком: его реализация связана с использованием существенных машинных ресурсов. Последнее объясняется неоднократным применением комбинаторных алгоритмов, гарантирующих глобально оптимальное решение, как на этапе поиска эталонов, так и после свертки критериев, в ходе решения полученной однокритериальной задачи [4, 12]. Ниже предлагается модификация этого подхода, позволяющая существенно сократить затраты машинных ресурсов. При этом ниже используются следующие обозначения и допущения.

2. Обозначения и допущения

X – вектор булевых переменных где:

$\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$;

$x_i = 1,0$; i=1,2,…,n.

$F_j(\mathbf{X})$ – j-й критерий:

$$F_j(X) = \sum_{i=1}^{i=n} c_{i,j} x_i;\ j = 1, 2, \ldots, m.$$

$D_k(\mathbf{X})$ – k-е ограничение:

$$D_k(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{i=n} d_{i,k} x_i \le h_k\ ;\ k = 1, 2, \ldots, g.$$

$B_{j,q}$ – полученная q-м методом величина, лучше которой значение j-го критерия $F_j(\mathbf{X})$ не может быть получено: для любого сочетания значений булевых переменных вектора X справедливо:

$$\forall q : B_j \succ B_{j_q} \succ F_j(X).$$

$t(B_{j,q})$ – время вычисления оценки критерия $F_j(\mathbf{X})$ q-м методом;

$t_q(F_j(\mathbf{X}))$ – среднее время получения глобально оптимального решения однокритериальной задачи с вектором булевых переменных X и целевой функцией $F_j(\mathbf{X})$ q-м методом.

Далее используются следующие допущения:

1) Если оценки j-й целевой функции некоторой задачи $B_{j,1}$ *и* $B_{j,2}$ получены одним из методов неявного перебора и симплекс методом соответственно, причем в последнем случае ограничения целочисленности отброшены, то

$$t(B_{j,1}) >> t(B_{j,2}). \qquad (1)$$

2) Если q соответствует одному из методов неявного перебора, то применительно к любой фиксированной многокритериальной задаче с вектором булевых переменных $\boldsymbol{X}$ справедлива система:

$$\begin{cases} \forall j \ne p : t_q(F_j(X)) = t_q(F_p(X)) = \tau_q; \\ \forall j : t(B_{j,q}) = t_q(F_j(X)), \end{cases} \qquad (2)$$

где τ_q – некоторая константа, зависящая от размерности решаемой задачи, от параметров используемого компьютера и от специфики q-й процедуры.

3. Формальная постановка задачи

В общем случае формальная постановка многокритериальной задачи с булевыми переменными может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} \forall j : F_j(X) \to max(min); \\ \forall k : D_k(X) Q_k h_k; \\ \forall x_i \in X : x_i = 1,0; \\ Q_k \in \{\le; =; \ne; \ge\}. \end{cases} \qquad (3)$$

В [10–12] для определения величин B_j предлагается искать глобально оптимальные решения m задач с булевыми переменными (каждую – для «своего» значения j) методами типа ветвей и границ либо с помощью динамического программирования [14, 15]:

$$\begin{cases} B_j = F_j(X) \to \max(\min); \\ \forall k : D_k(X) Q_k h_k; \\ \forall x_i \in X : x_i = 1,0; \\ Q_k \in \{\le; =; \ne; \ge\}. \end{cases} \qquad (4)$$

В [10] показано, что оптимальный вектор переменных приведенной ниже однокритериальной задачи (5), одновременно является Парето – оптимальным решением задачи (3):

$$\begin{cases} \sum_j [B_j - F_j(X)]^2 \to \min; \\ \forall k : D_k(X) Q_k h_k; \\ \forall x_i \in X : x_i = 1{,}0; \\ Q_k \in \{\leq; =; \neq; \geq\}. \end{cases} \quad (5)$$

Иными словами поиск решения многокритериальной задачи с булевыми переменными вида (1) заменяется поиском такого вектора переменных **X**, которому в m-мерном евклидовом пространстве критериев отвечает точка и вектор **F** = {F_1, F_2,…,F_m}, находящиеся на минимальном расстоянии от точки **B** = {B_1, B_2,…,B_m}. С учетом сделанных выше допущений, определяемых системой (2), легко показать, что время T_q поиска решения задачи (3) предложенной в [9-13] технологией, в рамках которой используется q-й метод неявного перебора, равно:

$$T_q = [m + signum(m-1)]\, \tau_q. \quad (6)$$

4. Минимизация времени поиска решения

Минимизация времени поиска решения, опирающаяся на (6), сводится к выбору наиболее эффективного метода неявного перебора, время поиска решения которым равно *T*:

$$T = \min_q T_q. \quad (7)$$

Ниже предлагается подход к сокращению времени поиска решения задачи (3), основанный на двух принципах:

- отказ от целочисленности переменных при вычислении оценок B_j;
- применение композитных алгоритмов поиска глобально оптимальных решений задач с булевыми переменными [16].

Отказ от целочисленности переменных при вычислении оценок B_j означает, что (4) преобразуется в задачу линейного программирования вида:

$$\begin{cases} B_j = F_j(X) \to \max(\min); \\ \forall k : D_k(X) Q_k h_k; \\ \forall x_i \in X : 0 \leq x_i \leq 1; \\ Q_k \in \{\leq; =; \neq; \geq\}. \end{cases} \quad (8)$$

В связи с допущением (1) временем, затраченным на решение (8) симплекс методом можно пренебречь, что позволяет заменить (6) равенством:

$$T_q = \tau_q. \quad (9)$$

В результате учитываются лишь затраты времени, связанные с решением системы (5), для чего предлагается воспользоваться композитными алгоритмами [16]. Экспериментальный анализ эффективности трех версий композитных алгоритмов применительно к задаче о ранце, число переменных которой было заключено в диапазоне $3 \leq |X| \leq 30$, ниже приведен применительно к:

- методу типа ветвей и границ, осуществлявшему фронтальный спуск по дереву ветвлений (q=1),
- методу типа ветвей и границ, осуществлявшему на дереве ветвлений поиск с возвратом (q=2),
- динамическому программированию (q=3),

Критерием эффективности композитных версий вышеперечисленных алгоритмов являлся выигрыш во времени счета η_q по сравнению с традиционной версией того же алгоритма.

Ниже приведены полиномы второго порядка, отображающие в первом приближении зависимости величины η_q от размерности решаемых задач при условии, что число переменных определяется приведенным выше диапазоном:

$$\eta_1 = 25{,}93 - 2{,}2332 \cdot |X| + 6{,}78 \cdot |X|^2; \quad (10)$$

$$\eta_2 = 106{,}088 - 26{,}2 \cdot |X| + 1{,}56 \cdot |X|^2; \quad (11)$$

$$\eta_3 = 6{,}167 - 0{,}233 \cdot |X| + 0{,}3114 \cdot |X|^2; \quad (12)$$

С учетом (10) – (12) равенство (9) можно преобразовать к виду:

$$T_q = \tau_q / \eta_q. \quad (13)$$

Сравнивая (6) и (13), можно оценить границы выигрыша η во времени решения задачи (3) в соответствии с предложенной выше методикой:

$$\min_q \eta_q \leq \eta \leq \max_q [m + signum(m-1)] \cdot \eta_q. \quad (14)$$

5. Заключение

Предложенный выше подход к решению многокритериальных экстремальных задач с булевыми переменными, использующий эталоны для свертки критериев, симплекс метод

для получения эталонов, и композитные алгоритмы для поиска решения экстремальных задач с булевыми переменными, позволяет существенно повысить эффективность программных средств поддержки принятия решений на базе моделей такого рода. Последнее осуществляется за счет двух факторов: за счет сокращения времени свертки критериев и за счет сокращения времени поиска решения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вагин В.С., Гроппен В.О., Позднякова Т.А., Будаева А.А. Многокритериальное ранжирование объектов методом эталонов как инструмент оптимального управления. Устойчивое развитие горных территорий. 2010. № 1. С. 47–56.
2. Будаева А.А., Гроппен В.О. Выбор оптимальной технологии ранжирования // Устойчивое развитие горных территорий. 2014. № 3 (21). С. 3–7.
3. Шевченко В.А. Прогнозирование успеваемости студентов на основе методов кластерного анализа // Вестник ХНАДУ. 2015. Вып. 68. С. 15–18.
4. Будаева А.А. Использование метода эталонов для решения задач дискретной многокритериальной оптимизации // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2015. Т. 15. № 1. С. 22–27.
5. Томаев М.Х., Кисиев В.П. Многокритериальный подход к оптимальной декомпозиции пользовательского программного кода // IT-технологии: теория и практика: Материалы семинара. Владикавказ: СКГМИ (ГТУ). Изд-во «Терек», 2017. С. 56–67.
6. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. М.: Наука, 1974. 256 с.
7. Пужаев А.В. Управленческие решения. СПб.: МБИ, 2004. 152 с.
8. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. 367 с.
9. Гроппен В.О. Принципы решения многокритериальных задач с помощью эталонов. Труды XII Всероссийской научно-методич. конф. Телематика. (С-Петербург, 6–9 июня 2005 г.) Том 1. С. 125–128.
10. Гроппен В.О. Решение задач многокритериальной оптимизации и ранжирования объектов методом эталонов. Телекоммуникации и информатизация образования. № 2 (33), март–апрель. М., 2006. С. 14–31.
11. Гроппен В.О. Принципы принятия решений с помощью эталонов. Изд. РАН, ж. Автоматика и телемеханика. 2006. № 4. С. 167–184.
12. Groppen V.O. New Solution Principle for Multi-criteria Problems Based on Comparison Standards: Models, Algorithms, Applications. Program and Abstracts Eurogen 2007. Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems. 11–13 June 2007 Jyvaskyla, Finland. pp. 100-101.
13. Будаева А.А. Использование метода эталонов для повышения качества группировок в задачах таксономии // IT-ТЕХНОЛОГИИ: РАЗВИТИЕ И ПРИЛОЖЕНИЯ. Сб. докладов. Северо-Кавказский горно-металлургический институт (Государственный технологический ун-т). Владикавказ, 2016. С. 3–9.
14. Land A.H. & Doig A.G. An automatic method of solving discrete programming problems, *Econometrica*, Vol. 28, No. 3. 1960. pp. 497–520.
15. Bellman R. The Theory of Dynamic Programming. *The RAND Corporation*, 1954.
16. Гроппен В.О. Композитные алгоритмы поиска глобально оптимальных решений экстремальных задач с булевыми переменными. Сб. докладов ежегодного семинара «IT-ТЕХНОЛОГИИ: развитие и приложения» Северо-Кавказский горно-металлургический институт (Государственный технологический ун-т). Владикавказ, 2016. С. 21–38.